

$y=2$ Ans 2011小六組比賽試題（題解）

甲部：速算與巧算

1. $2010 - 2020 + 2011 - 2021 + 2012 - 2022 + 2013 = ?$

此題為加減混合巧算題，可把算式分為兩組，一組為加數：2010、2011、2012 及 2013；另一組為減數：2020、2021 及 2022。留意：無論如何調動，2020、2021 及 2022 的前面一定是減號。

解法一：

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 2010 + 2011 + 2012 + 2013 - 2020 - 2021 - 2022 \\
 &= 2010 + 2011 + 2012 + 2013 - (2020 + 2021 + 2022) \\
 &= 2010 \times 4 + (1 + 2 + 3) - (2020 \times 3 + 1 + 2) \\
 &= 8040 + 6 - (6060 + 3) \\
 &= 8046 - 6063 \\
 &= 1983
 \end{aligned}$$

留意：括號前是減號，
但括號內是加號。

解法二：

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 10 - 20 + 11 - 21 + 12 - 22 + 2013 \\
 &= 2013 - 10 - 10 - 10 \\
 &= 2013 - 30 \\
 &= 1983
 \end{aligned}$$

前六項中的2000已全
部互相抵銷了。

2. $720 \times 53 \div 240 + 1620 \times 53 \div 60 + 460 \times 57 \div 20 + 910 \times 57 \div 130 = ?$

當算式中包括乘法及除法時，如果可以「先除後乘」，就能夠因處理較小的數而簡化運算，從而增加準確性。例如計算 $720 \times 53 \div 240$ 時，依乘除次序直接計算的步驟為： $720 \times 53 \div 240 = 38160 \div 240 = 159$ ，當中涉及的數較大，因而容易出錯。但如果先把 720 除以 240 再乘以 53，計算就會簡單得多： $720 \times 53 \div 240 = 720 \div 240 \times 53 = 3 \times 53 = 159$ 。此外，我們也可以把除數寫成分數來轉為乘法運算再進行約分，見解法二。

相關知識

除法巧算基礎：

1. $a \times b \div c = a \div c \times b$

例： $84 \times 25 \div 21 = 84 \div 21 \times 25 = 4 \times 25 = 100$

2. $a \div b \div c = a \div (b \times c)$

例： $1000 \div 8 \div 125 = 1000 \div (8 \times 125) = 1000 \div 1000 = 1$

3. 不要犯以下錯誤：

$18 \div 3 \times 2 = 18 \div 6 = 3$ \times

$24 \div 8 \div 2 = 24 \div 4 = 6$ \times

解法一：

原式

$$\begin{aligned}&= 720 \div 240 \times 53 + 1620 \div 60 \times 53 + 460 \div 20 \times 57 \\&\quad + 910 \div 130 \times 57 \\&= 3 \times 53 + 27 \times 53 + 23 \times 57 + 7 \times 57 \\&= (3 + 27) \times 53 + (23 + 7) \times 57 \\&= 30 \times 53 + 30 \times 57 \\&= 30 \times (53 + 57) \\&= 30 \times 110 \\&= 3300\end{aligned}$$

解法二：

原式

$$\begin{aligned}&= 720 \times 53 \times \frac{1}{240} + 1620 \times 53 \times \frac{1}{60} + 460 \times 57 \times \frac{1}{20} \\&\quad + 910 \times 57 \times \frac{1}{130} \\&= 3 \times 53 + 27 \times 53 + 23 \times 57 + 7 \times 57 \\&= (3 + 27) \times 53 + (23 + 7) \times 57 \\&= 30 \times 53 + 30 \times 57 \\&= 30 \times (53 + 57) \\&= 30 \times 110 \\&= 3300\end{aligned}$$

$$3. \quad 3.375 \div \frac{3}{16} + \frac{2}{9} \times 18 \div 0.5 - 64 \times 0.625 \div \frac{20}{3} = ?$$

此題為小數分數混合計算題。為了進行約分，可把所有

小數化為分數： $3.375 = 3\frac{3}{8}$ 、 $0.5 = \frac{1}{2}$ 、 $0.625 = \frac{5}{8}$ ；再

把除法轉為乘法並顛倒除數的分子及分母的位置。

解：

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 3\frac{3}{8} \times \frac{16}{3} + \frac{2}{9} \times 18 \times 2 - 64 \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{20} \\&= \frac{27}{8} \times \frac{16}{3} + \frac{2}{9} \times 18 \times 2 - 64 \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{20} \\&= 18 + 8 - 6 \\&= 20\end{aligned}$$

$$4. \quad \frac{232323}{23} \div \left(\frac{34}{343434} + \frac{45}{454545} \right) \div \left(\frac{565656}{56} + \frac{676767}{67} + \frac{787878}{78} \right) \div \frac{898989}{89} = ? \quad (\text{答案以分數表示})$$

此題為分數巧算題，算式中的每一個分數都可以約簡，

因為： $232323 = 23 \times 10101$ 、 $343434 = 34 \times 10101$ 、 $565656 = 56 \times 10101$ 等等。

相關知識

1. $\overline{abab} = \overline{ab} \times 101$
2. $\overline{ababab} = \overline{ab} \times 10101$
3. $\overline{abababab} = \overline{ab} \times 1010101$

解：

原式

$$\begin{aligned}
 &= \frac{10101}{1} \div \left(\frac{1}{10101} + \frac{1}{10101} \right) \div \left(\frac{10101}{1} + \frac{10101}{1} + \frac{10101}{1} \right) \\
 &\quad \div \frac{10101}{1} \\
 &= 10101 \div \frac{2}{10101} \div 30303 \div 10101 \\
 &= 10101 \times \frac{10101}{2} \times \frac{1}{30303} \times \frac{1}{10101} \\
 &= 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{1} \\
 &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad &2 \times \left[\left(1 + \frac{1}{2} \right) + \left(1 + \frac{1}{2} \right) \times \left(1 + \frac{1}{3} \right) + \left(1 + \frac{1}{2} \right) \times \left(1 + \frac{1}{3} \right) \times \left(1 + \frac{1}{4} \right) + \dots \right. \\
 &\left. + \left(1 + \frac{1}{2} \right) \times \left(1 + \frac{1}{3} \right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{1010} \right) \times \left(1 + \frac{1}{1011} \right) \right] = ? \quad ?
 \end{aligned}$$

這題分數混合計算題看似複雜，但只要找到它的規律並加以約簡，就能輕易地找到答案。把算式約簡後，發現原來是求等差數列之和（見下面）。同學要留意「先乘除，後加減」的法則。

$$\blacklozenge \quad 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\blacklozenge \quad \left(1 + \frac{1}{2} \right) \times \left(1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{2}$$

$$\blacklozenge \quad \left(1 + \frac{1}{2} \right) \times \left(1 + \frac{1}{3} \right) \times \left(1 + \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\blacklozenge \quad \left(1 + \frac{1}{2} \right) \times \left(1 + \frac{1}{3} \right) \times \left(1 + \frac{1}{4} \right) \times \left(1 + \frac{1}{5} \right) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{6}{2}$$

解：

原式

$$\begin{aligned}
 &= 2 \times \left[\frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \right) + \left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \right) + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{1011}{1010} \times \frac{1012}{1011} \right) \right] \\
 &= 2 \times \left(\frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{1012}{2} \right) \\
 &= 2 \times \frac{1}{2} \times (3 + 4 + 5 + \dots + 1012) \\
 &= 3 + 4 + 5 + \dots + 1012 \\
 &= (3 + 1012) \times 1010 \div 2 \\
 &= 1015 \times 505 \\
 &= 512575
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{項數} &= 1012 - 3 + 1 \\
 &= 1010
 \end{aligned}$$

6. 把 1 至 9 其中五個不同的數字填入下列算式的空格中，
求出 A 這個整數的最大值。

$$\square - \square \times \square + \square \div \square = A$$

此題如要找到正確的答案，同學必須留意以下幾個重點：

1. 先乘除，後加減。因此，必須計算 $\square \times \square$ 及 $\square \div \square$ 的值後才進行加減運算。
2. 被乘數前面是減號，因此， $\square \times \square$ 的積要盡量小。
3. 被除數前面是加號，因此， $\square \div \square$ 的商要盡量大。

解：

A 的最大值為：

$$8 - 2 \times 3 + 9 \div 1 = 11 \quad \text{或} \quad 9 - 2 \times 3 + 8 \div 1 = 11$$

7. 規定：如果 $A > B$ ，那麼 $A \Omega B = A - B$ ；如果 $A < B$ ，那麼 $A \Omega B = B - A$ 。 $2011 \Omega 2000 + 2000 \Omega 2010 = ?$

細心觀察 Ω 這個符號的定義，其實是兩個數的正整數差。2011 與 2000 相差 11，2000 與 2010 相差 10。而 11 與 10 之和為 21，即所求之值。

解：

$$\because 2011 > 2000$$

$$\therefore 2011 \Omega 2000 = 2011 - 2000 = 11$$

$$\because 2000 < 2010$$

$$\therefore 2000 \Omega 2010 = 2010 - 2000 = 10$$

$$2011 \Omega 2000 + 2000 \Omega 2010 = 11 + 10 = 21$$

8. 已知 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ 的積的末端有 25 個連續的「0」，求 n 的最小值。

解這一道題的關鍵在於知道「0」從何而來。原來每一個 5 與 2 相乘得 10，產生一個「0」。因數 2 從雙數而來，因數 5 從 5 的倍數而來。因為連乘式中有足夠多的因數 2，所以只須找出 5 的倍數的合適數目。但同學要留意，每一個 25 的倍數包含了兩個因數 5，例如： $25 = 5 \times 5$ 、 $50 = 5 \times 5 \times 2$ ；而每一個 125 的倍數包含了三個因數 5，例如： $125 = 5 \times 5 \times 5$ 。

解：

1 至 100 中，5 的倍數有 20 個，25 的倍數有 4 個（25 的倍數包含了兩個因數 5），

$$\therefore 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 99 \times 100 \text{ 的積共得「0」:}$$

$$20 + 4 = 24 \text{ (個)}。$$

還差 1 個「0」，100 之後，5 的倍數是 105，

$$\therefore n \text{ 的最小值是 } 105。$$

9. 已知 $x^4 + y^4 = 10625$ ， x 和 y 都是自然數，求 $x + y$ 的值。

處理這道題可運用尾數知識。自然數四次方（或稱為四次冪）的個位數只有 0、1、5 及 6 四種情況。而 10625 的個位是 5，可知它一定是 0 及 5 相加而來。從而得知 x 和 y 一個是 10 的倍數，另一個是 5 的倍數。

相關知識

自然數乘方的個位與周期現象：

m 的值	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	周期
0^m	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	1
1^m	1	1	1	1	1	1	1	1	1	...	1
2^m	2	4	8	6	2	4	8	6	2	...	4
3^m	3	9	7	1	3	9	7	1	3	...	4
4^m	4	6	4	6	4	6	4	6	4	...	2
5^m	5	5	5	5	5	5	5	5	5	...	1
6^m	6	6	6	6	6	6	6	6	6	...	1
7^m	7	9	3	1	7	9	3	1	7	...	4
8^m	8	4	2	6	8	4	2	6	8	...	4
9^m	9	1	9	1	9	1	9	1	9	...	2

解：

自然數四次方（或稱為四次冪）的個位數只有 0、1、5 及 6 四種情況。 $x^4 + y^4$ 的個位數是 5，可知 x^4 及 y^4 其一個的個位數必定是 0，另一個的個位數必定是 5，即 x 及 y 其中一個是 0 字尾，另一個是 5 字尾。

$$\because 10000 = 10^4 < 10625 < 20^4 = 160000$$

$\therefore x$ 和 y 其中一個數是 10。

$$\because 10625 - 10000 = 625 = 5^4$$

\therefore 另外一個數是 5。

$$x + y = 10 + 5 = 15$$

10. 下算式中，不同的漢字代表不同的數字。已知「生」是一個雙數，求「望珍惜生命」這個五位數。

$$\begin{array}{r}
 \text{惜 生 命} \\
 \times \quad \text{看 人 生} \\
 \hline
 \text{滿 滿 生 命} \\
 \text{滿 望 希 命} \\
 \text{惜 生 命} \\
 \hline
 \text{望 珍 惜 生 命}
 \end{array}$$

解數字謎題目一定要先觀察，找出題目的「突破口」。此題，透過觀察，可得知「看」等於 1，「命」等於 0。而題目的「突破口」在於「惜生 0」×「生」=「滿滿生 0」，「生」×「生」的積的個位是「生」，「生」可能是 5 或 6。因為「生」是一個雙數，所以「生」= 6。找到「生」的值後，其他漢字所代表的數字就呼之欲出了。

解：

- ◆ 由於「惜生命」×「看」=「惜生命」，因此，「看」=1。
- ◆ 觀察積的十位，「生」+「命」=「生」，因此，「命」=0。
- ◆ 觀察「惜生0」×「生」=「滿滿生0」，「生」×「生」的積的個位是「生」，「生」可能是1、5或6。因為「生」是一個雙數，所以「生」=6。得出「惜60」×6=「滿滿60」，「惜」必定是5，「滿」是3。
- ◆ 最後觀察560×「人」=「3望希0」，因為積的千位數是3，所以「人」只能是6或7，而6已用，因此「人」=7。

$$\therefore 560 \times 176 = 98560$$

\therefore 「望珍惜生命」這個五位數是98560。

乙部：多種應用題

11. 在博覽館展出的電子動態版《清明上河圖》每4分鐘有一個日夜循環，而且每天由開館至閉館共出現100個日夜循環。如果博覽館的開館時間是上午10時正，閉館時間是下午幾時幾分？

上海世界博覽會後，電子動態版《清明上河圖》於2010年11月9日至29日移師香港展出，香港市民對展覽的反應非常熱烈。展品內的日夜循環令人印象深刻，也成為了出題的源頭。此題的重點為分鐘與小時的轉換，涉及的數學概念非常簡單，但答對率只有86%，即443人中，有63人答錯。

相關知識

$$\text{小時數} = \text{分鐘數} \div 60$$

解：

$$4 \text{分鐘} \times 100 = 400 \text{分鐘} = 6 \text{小時} 40 \text{分鐘}$$

上午10時加上6小時40分鐘得16時40分，即下午4時40分。

\therefore 閉館時間是下午4時40分。

12. 政府實施最低工資法，規定最低工資為每小時 30 元。小奧在大快樂餐廳工作，原來的工資為每小時 27 元，每天工作 10 小時，當中包括吃午飯的 1 小時。新法例實施後，老闆為節省成本，不把吃飯的 1 小時計算為工作時間。小奧薪金的實際加幅是百分之幾？

香港於 2011 年 5 月 1 日正式實施最低工資法，規定的最低工資為每小時 28 元。但政府沒有就「飯鐘錢」及「有薪休息日」立法，因此部份雇主在這兩方面作「調整」來節省成本。

相關知識

$$\text{增加百分比} = \frac{\text{新薪金} - \text{舊薪金}}{\text{舊薪金}} \times 100\%$$

解：

小奧原來一天的薪金為： $27 \times 10 = 270$ (元)，
實施最低工資法後，一天的薪金為： $30 \times 9 = 270$ (元)，

$$\text{小奧的薪金實際加幅是：} \frac{270 - 270}{270} \times 100\% = 0\%。$$

13. 在星際運動會的開幕式上，共有 99 位來自南星及奇龍星的代表參加。南星人有兩隻手和兩隻腳；奇龍星人有三隻手和四隻腳。大會為他們預備了 234 隻手套，剛好夠用。求所需鞋子的隻數。

此題為假設問題。解題時，同學可假設 99 位全是南星人（見解法一）或全是奇龍星人（見解法二）。此外，同學也可以用方程來找出答案（見解法三）。

解法一：

假設 99 人全是南星人，共有手： $99 \times 2 = 198$ (隻)。實際上有手 234 隻，多了： $234 - 198 = 36$ (隻)。因為一個奇龍星人比一個南星人多一隻手，所以奇龍星人應有 36 人。南星人只有： $99 - 36 = 63$ (人)。所需鞋子的隻數： $4 \times 36 + 2 \times 63 = 144 + 126 = 270$ (隻)。

解法二：

假設 99 人全是奇龍星人，共有手： $99 \times 3 = 297$ (隻)。實際上有手 234 隻，少了： $297 - 234 = 63$ (隻)。因為一個南星人比一個奇龍星人少一隻手，所以南星人應有 63 人。奇龍星人只有： $99 - 63 = 36$ (人)。所需鞋子的隻數： $4 \times 36 + 2 \times 63 = 144 + 126 = 270$ (隻)。

解法三：

設奇龍星人有 x 人，那麼南星人有 $(99 - x)$ 人，

$$3x + 2 \times (99 - x) = 234$$

$$3x + 198 - 2x = 234$$

$$x = 234 - 198$$

$$x = 36$$

∴ 奇龍星人有 36 人，南星人有 $99 - 36 = 63$ 人。

所需鞋子的隻數： $4 \times 36 + 2 \times 63 = 144 + 126 = 270$ (隻)。

14. 哥哥忘記了開啟 mPhone 的密碼。如密碼具備下列條件，他最少要嘗試多少次才可以保證開啟 mPhone？

- (a) 密碼由四個數字組成；
- (b) 首尾兩個數字相同，而且是 0 或 5；
- (c) 每個數字最多只出現兩次。

要保證可以開啟 mPhone，必須作最壞打算，即嘗試全部有可能的密碼，不幸地最後一次才成功開啟。根據(a)及(b)，得知密碼由四個數字組成，首尾兩個數字相同，而且是 0 或 5，因此密碼可能是 $0AB0$ 或 $5AB5$ 。

解：

根據(a)及(b)，可得知密碼可能是 $0AB0$ 或 $5AB5$ 。

- ◆ 先考慮 $0AB0$ ，因為每個數字最多只出現兩次，所以 A 及 B 都不會是 0。因此，A 及 B 都只可能是 1 至 9，共有組合： $9 \times 9 = 81$ (個)。
- ◆ 再考慮 $5AB5$ ，因為每個數字最多只出現兩次，所以 A 及 B 都不會是 5。因此，A 及 B 都只可能是 0 至 4 及 6 至 9，共有組合： $9 \times 9 = 81$ (個)。

∴ 哥哥最少要嘗試 $81 + 81 = 162$ 次才可以保證開啟 mPhone。

15. 全人運動會正式結束，首五名的代表在賽前對獎牌榜作出以下的估計：

日本代表：「我猜我們第一，中國第二。」

香港代表：「我猜中國第一，日本第二。」

中國代表：「我猜我們第一，澳門第五。」

韓國代表：「我猜我們第一，日本第二。」

澳門代表：「我猜日本第一，韓國第三。」

結果有二人完全猜對，一人完全猜錯，另外二人都只猜對一半，究竟哪一隊得第四？

解這類型的邏輯推理題，同學們要留意題目中所示的結果：有二人完全猜對，一人完全猜錯，另外二人都只猜對一半。細心留意題目，中、澳兩代表所猜的第一名不相同，他們不可能都完全猜對，即最多只有一人完全猜對。另外，其他三位代表都猜首二名而沒有完全相同的估計，因此，日、港、韓三代表中必定至少有一人完全猜對。

解：

中、澳兩代表所猜的第一名不相同，他們不可能都完全猜對，即最多只有一人完全猜對。另外，其他代表都猜首二名而沒有完全相同的估計，因此，日、港、韓三代表中必定至少有一人完全猜對。

(1) 假設日本代表完全猜對，那麼有：

	第1句	第2句
香港代表	×	×
中國代表	×	
韓國代表	×	×
澳門代表	✓	

結果有二人完全猜錯，與題意有矛盾，因此假設不成立。

(2) 假設韓國代表完全猜對，那麼有：

	第1句	第2句
日本代表	×	×
香港代表	×	✓
中國代表	×	
澳門代表	×	×

結果有二人完全猜錯，與題意有矛盾，因此假設不成立。

因此，必定是香港代表完全猜對，於是有：

	第1句	第2句
日本代表	×	×
香港代表	✓	✓
中國代表	✓	✓
韓國代表	×	✓
澳門代表	×	✓

完全猜錯的是日本代表，而另一個完全猜對的是中國代表，韓國及澳門代表都只猜對一半。因此首三名的國家依次是：中國、日本、韓國，而澳門隊第五，所以香港隊第四。

16. 右圖的正方形中含有三個黑色的三角形，正方形的中心是其中一個三角形的頂點。求黑色部份的面積。

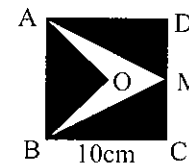


此題的答對率高達 92%，為全卷之冠。題目中涉及的正方形及三角形面積概念比較簡單、直接，因此答對的人數比較多。注意，下圖中的 M 點不一定是 CD 的中點。

解：

黑色部份的面積

$$\begin{aligned}
 &= \text{正方形面積} - \triangle MAB \text{面積} + \triangle OAB \text{面積} \\
 &= 10 \times 10 - 10 \times 10 \div 2 + 10 \times 5 \div 2 \\
 &= 100 - 50 + 25 \\
 &= 75(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$



17. 三伯為慶祝三個男孫的出生，他送贈自己公司每位員工一個紅封包，包內放有 1 至 9 其中兩張不同的數字卡。如果員工獲得的數字之和是 3 的倍數，他可得 3 萬元獎金，否則，可得 1 萬元。現有 36 位員工，各人所得的數字組合都不相同，三伯送出的總金額是多少萬元？

這題為組合問題，亦涉及數的整除性。同學必須先求出 1 至 9 中取兩個數字的不同組合的數目，再找出當中有幾個是 3 的倍數。能被 3 整除的數，其各位數字之和必定是 3 的倍數，可把合適的組合逐一列出。

解：

由 1 至 9 取兩個數字的不同組合共有： $9 \times 8 \div 2 = 36$ (個)

或 $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$ (個)。

兩個數字之和是 3 的倍數有以下組合：

(1,2)、(1,5)、(1,8)、(2,4)、(2,7)、(3,6)、(3,9)、(4,5)、
(4,8)、(5,7)、(6,9) 及 (7,8)，共 12 個。

三伯送出的總金額是：

$$3 \times 12 + 1 \times (36 - 12) = 36 + 24 = 60 \text{ (萬元)}。$$

18. 林廚師製作三文治、西炒飯及肉醬意粉各 1 份所需時間的比為 1:3:4。他每小時能做 2 份三文治、2 份西炒飯及 3 份肉醬意粉。如要做 12 份三文治、8 份西炒飯及 16 份肉醬意粉，需用多少小時？

從時間比可知製作三文治所需的時間最少，為了方便計算，可把所有食物轉化為「三文治」。

解法一：

用製作 2 份西炒飯的時間，可製作三文治：

$$2 \times 3 = 6 \text{ (份)}，$$

用製作 3 份意粉的時間，可製作三文治： $3 \times 4 = 12$ (份)，

\therefore 如果只製作三文治，林廚師 1 小時內可製作三文治：

$$2 + 6 + 12 = 20 \text{ (份)}。$$

用製作 8 份西炒飯的時間，可製作三文治：

$$8 \times 3 = 24 \text{ (份)}，$$

用製作 16 份意粉的時間，可製作三文治：

$$16 \times 4 = 64 \text{ (份)}，$$

\therefore 如果只製作三文治，在相同時間內林廚師共需製作三文治： $12 + 24 + 64 = 100$ (份)。

\therefore 所需的時間為： $100 \div 20 = 5$ (小時)。

解法二 (用方程)：

設製作一份三文治需 y 小時，那麼製作一份西炒飯及一份意粉分別需 $3y$ 及 $4y$ 小時，

$$2y + 2 \times 3y + 3 \times 4y = 1$$

$$2y + 6y + 12y = 1$$

$$20y = 1$$

$$y = \frac{1}{20}$$

\therefore 製作一份三文治需 $\frac{1}{20}$ 小時，一份西炒飯需 $\frac{3}{20}$ 小時，

一份意粉需 $\frac{4}{20}$ 小時。

∴ 製作 12 份三文治、8 份西炒飯及 16 份肉醬意粉共需用：

$$\begin{aligned} & \frac{1}{20} \times 12 + \frac{3}{20} \times 8 + \frac{4}{20} \times 16 \\ &= \frac{3}{5} + \frac{6}{5} + \frac{16}{5} \\ &= \frac{25}{5} \\ &= 5(\text{小時}) \end{aligned}$$

19. 有 10 個學生及 10 張卡片，編號分別都是 1 至 10。開始時，全部卡片黑面向上，白面向下。10 個學生順次序翻轉卡片：當卡片編號是學生編號的倍數時，學生便把該卡片翻轉，例如：1 號學生把全部卡片翻轉；然後 2 號學生把 2、4、6、8、10 號卡片翻轉……如此類推直至 10 號學生翻轉 10 卡片為止。最後，與白面向上的卡片編號相同的學生便可獲獎，求獲獎學生的人數。

處理這類型的題目，比較直接的方法是運用列表法來找出答案（解法一）。再進深一點去處理這題目，可以透過翻轉次數與因數個數的關係來找出那些是平方數，即獲獎學生的編號（解法二）。

解法一：

可用列表的方法，把各人翻轉卡片的情況顯示出來：

		卡片									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		黑	黑	黑	黑	黑	黑	黑	黑	黑	黑
學生	1	白	白	白	白	白	白	白	白	白	白
	2		黑		黑		黑		黑		黑
	3			黑			白			黑	
	4				白				白		
	5					黑					白
	6						黑				
	7							黑			
	8								黑		
	9									白	
	10										黑

從上表可見，最後白面向上的卡片是 1、4 及 9 號，因此共有 3 位學生獲獎。

解法二：

最後是白面向上的卡片，被學生翻轉的次數為奇數。遇到學生編號是卡片編號的因數的情況時，卡片就會被翻轉一次。如果卡片最後白面向上，那麼卡片編號的因數個數必為奇數。因為只有平方數的因數個數為奇數，所以獲獎的學生為 1、4 及 9 號，共 3 人。

20. 花師奶打算用一筆資金購買股票進行投資。如果購買 2 手「奧數銀行」股票，每手 600 股，她尚欠 900 元；如果購買 3 手「數學銀行」，每手 500 股，則餘下 750 元。已知這兩種股票每股相差 3.5 元，如果各購買 2 手，她尚欠多少元？

這兩種股票每股相差 3.5 元，但哪種較貴？題目中並沒有明示，同學需要自行找出。細心審題：如購買 1200 股「奧數銀行」，尚欠 900 元；如購買 1500 股「數學銀行」，餘下 750 元。所購的「奧數銀行」股數比「數學銀行」少，但卻出現資金不夠的情況，可見前者每股比後者貴。

解：

如購買 $600 \times 2 = 1200$ 股「奧數銀行」，尚欠 900 元；如購買 $500 \times 3 = 1500$ 股「數學銀行」，餘下 750 元，可見前者每股比後者貴。

設「數學銀行」每股買價為 y 元，那麼「奧數銀行」每股 $(y + 3.5)$ 元，得出方程：

$$1500y + 750 = 1200 \times (y + 3.5) - 900$$

$$1500y + 750 = 1200y + 4200 - 900$$

$$1500y - 1200y = 4200 - 900 - 750$$

$$300y = 2550$$

$$y = 8.5$$

\therefore 「數學銀行」每股買價為 8.5 元，「奧數銀行」每股： $8.5 + 3.5 = 12$ (元)。

\therefore 花師奶有資金： $8.5 \times 1500 + 750 = 13500$ (元) 或 $12 \times 1200 - 900 = 13500$ (元)。

購買兩隻股票各 2 手需：

$$(8.5 \times 500 + 12 \times 600) \times 2 = (4250 + 7200) \times 2$$

$$= 11450 \times 2$$

$$= 22900 \text{ (元)}$$

\therefore 她尚欠資金： $22900 - 13500 = 9400$ (元)。

21. 數學王國長期分裂，最後由奧國女王奧則天統一奧、林、匹及克四國。四國擁有不同的重量單位，分別是奧、林、匹及克。奧則天就位後統一度量衡，但她遇到這樣的一個難題：已知 4 林加上 2 匹再加上 3 克等於 22 奧；7 林加上 4 匹再加上 5 克等於 39 奧，那麼 20 林加上 4 匹再加上 18 克等於多少奧？

處理這類型的題目，同學不一定要找出奧、林、匹、克各單位的數值，可把所求的算式，即 $(20 \text{ 林} + 4 \text{ 匹} + 18 \text{ 克})$ ，與已知的條件，即 $(4 \text{ 林} + 2 \text{ 匹} + 3 \text{ 克} = 22 \text{ 奧})$ 及 $(7 \text{ 林} + 4 \text{ 匹} + 5 \text{ 克} = 39 \text{ 奧})$ 相比較，透過加、減、乘、除運算，來找出兩者的關係。

解：

$$\therefore 4 \text{ 林} + 2 \text{ 匹} + 3 \text{ 克} = 22 \text{ 奧}$$

$$\therefore 8 \text{ 林} + 4 \text{ 匹} + 6 \text{ 克} = 44 \text{ 奧}$$

而 7 林 + 4 匹 + 5 克 = 39 奧

得 1 林 + 1 克 = 5 奧

$$\begin{aligned} & 20\text{林} + 4\text{匹} + 18\text{克} \\ &= (7\text{林} + 4\text{匹} + 5\text{克}) + (13\text{林} + 13\text{克}) \\ &= 39\text{奧} + 13 \times (1\text{林} + 1\text{克}) \\ &= 39\text{奧} + 13 \times 5\text{奧} \\ &= 39\text{奧} + 65\text{奧} \\ &= 104\text{奧} \end{aligned}$$

22. 甲、乙、丙三校共有 1994 名學生，其中 750 名是女生。已知甲校比乙校多 12 名女生，乙校比丙校多 12 名女生。其中一間學校男生的人數是女生的 1.5 倍；另一間男生的人數是女生的 2.5 倍；還有一間男、女生的人數相等。求丙校學生的總人數。

這題的難度在於題目沒有明確指出每一間學校男生與女生的倍數關係。因此，唯有透過下面的試算表來把它找出。

解：

三校共有男生：1994 - 750 = 1244 (名)。

丙校有女生：(750 - 12 - 24) ÷ 3 = 238 (名)；

乙校有女生：238 + 12 = 250 (名)；

甲校有女生：250 + 12 = 262 (名)。

列試算表如下（表中右邊兩欄的試算過程省略了）：

	女生 人數	男生人數		
		女生人數 的1倍	女生人數 的0.5倍	女生人數 的1倍
甲校	262	262		
乙校	250	250	125	250
丙校	238	238	119	
小合計	750	750	244	250
餘下男生人數		1244 - 750 = 494	494 - 244 = 250	

從上表可見：

甲校的男、女生人數相同；

乙校男生的人數是女生的 2 倍；

丙校男生的人數是女生的 1.5 倍。

丙校學生總人數：238 + 238 + 119 = 595 (人)。

補充說明

上表中右邊兩欄的另一種試算方法：

$494 = 0.5 \times \square + 1.5 \times \square$ ，兩個 \square 內表示 262、250、238 中的其中兩個數。

兩邊乘以 2 得 $988 = \square + 3 \times \square$ ，

觀察各數的個位數，只有 $238 + 3 \times 250$ 才得到個位數是 8 的結果，事實上 $238 + 3 \times 250 = 988$ 。

可見男生人數 $1244 = 238 \times 1.5 + 250 \times 2.5 + 262$ 。

丙校男女生總人數：

$$238 \times 1.5 + 238 = 238 \times 2.5 = 238 \times \frac{10}{4} = 595 \text{ (人)}。$$

23. 2011 年，共有四個年齡界別的代表參加地區選舉，分別是「五十後」、「六十後」、「七十後」及「八十後」(「五十後」由 1950 至 1959 年出生、「六十後」由 1960 至 1969 年出生，如此類推)。湊巧地，選舉當天是四人的生日，而各人出生年份的各數字之和相同，且最年長三人合共 129 歲。結果由最年輕的代表勝出，他當選時多少歲？

因為各人出生年份的數字和相同，而且出生年份的首兩個數字都是 19，因此，任何相鄰兩個年代的候選人必定相差 9 歲。有了這一發現，此題就變得簡單了。最年長三人合共 129 歲，那麼三人的平均年齡，也就是「六十後」的年齡是： $129 \div 3 = 43$ (歲)。

解法一：

設「五十後」及「六十後」的出生年份分別為 $\overline{195x}$ 及 $\overline{196y}$ ，

\therefore 出生年份的各數字和相同，

$$\therefore 1+9+5+x=1+9+6+y$$

$$x=y+1$$

「五十後」與「六十後」的年齡相差：

$$\begin{aligned} (2011-\overline{195x})-(2011-\overline{196y}) &= 2011-2011+\overline{196y}-\overline{195x} \\ &= \overline{196y}-\overline{195x} \\ &= 1960+y-(1950+x) \\ &= 1960-1950+y-x \\ &= 10+y-x \\ &= 10+y-(y+1) \\ &= 9 \end{aligned}$$

\therefore 「五十後」與「六十後」相差 9 歲。

同理，「六十後」與「七十後」、「七十後」與「八十後」都相差 9 歲。

\therefore 最年長，即「五十後」、「六十後」及「七十後」三人的年齡總和是 129，

\therefore 「六十後」的年齡是： $129 \div 3 = 43$ (歲)。

\therefore 最年輕，即「八十後」的年齡是： $43-9-9=25$ (歲)。

解法二：

設四人出生年份依次是 $\overline{195a}$ 、 $\overline{196b}$ 、 $\overline{197c}$ 及 $\overline{198d}$ ，

依題意：

$$1+9+5+a=1+9+6+b=1+9+7+c=1+9+8+d$$

$$15+a=16+b=17+c=18+d$$

都減去 15，得 $a=b+1=c+2=d+3$

可見 b 比 a 小 1， c 比 b 小 1， d 比 c 小 1， a 、 b 、 c 、 d 是四個連續數。

又依題意有：

$$\begin{aligned}129 &= 2011 - \overline{195a} + 2011 - \overline{196b} + 2011 - \overline{197c} \\&= 6033 + 1950 - 1960 - 1970 - a - b - c \\&= 153 - (a + b + c)\end{aligned}$$

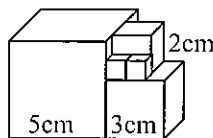
$$\begin{aligned}a + b + c &= 153 - 129 \\&= 24\end{aligned}$$

得 $a = 9$ 、 $b = 8$ 、 $c = 7$ 、 $d = 6$

∴ 當選者出生於 1986 年。

2011 年時，他有 $2011 - 1986 = 25$ 歲。

24. 右面的立體圖形由五個棱長分別是 1cm、1cm、2cm、3cm 及 5cm 的正方體組成，求這個立體圖形的總表面積。



表面積是立體外露的面積。處理這類型的題目，我們可以對這個立體分別從上、下、左、右、前和後六個方向來觀察。一般的情況，上和下，左和右，前和後的表面積分別都會相同。

解：

對這個立體分別從上、下、左、右、前和後六個方向來觀察，可得從各方向看到的面的面積：

$$\text{上和下：}(5 \times 5 + 3 \times 3) \times 2 = 34 \times 2 = 68(\text{cm}^2)；$$

$$\text{左和右：}5 \times 5 \times 2 = 50(\text{cm}^2)；$$

$$\begin{aligned}\text{前和後：}(5 \times 5 + 3 \times 3 + 2 \times 2) \times 2 &= (25 + 9 + 4) \times 2 \\&= 38 \times 2 \\&= 76(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

這個立體圖形的總表面積： $68 + 50 + 76 = 194(\text{cm}^2)$ 。

25. 每校派出不多於 12 名學生參加聯校旅行（各校派出的人數可以不同），合共有 240 名學生參加。每輛旅遊車最多坐 40 人。如果要求同一學校的學生必須坐在同一輛車上，最少要安排多少輛車才能保證全部學生都能坐上？

此題的答對率只有 15%，為全卷最低。這可能是題目類別較新穎，情境較陌生之緣故。如果把 240 名學生全部按校順排至 6 輛車中，有機會不符合題目的要求「同一學校的學生必須坐在同一輛車」。因此，需要調出每輛車排尾和下一輛車排頭的同校生，調出的學生另需兩輛車。這樣證明了 8 輛車能滿足基本要求，那麼少 1 輛會不會都可以？第二步再說明有些情況 7 輛是不夠的。

輛已能滿足

小六組模擬試題

甲部：速算與巧算

不同車，起
全部按校順
即如果第 1
學生，就把該
排頭的同校
間學校的學
生共 60 人，
說明 8 輛車

1. $3012 - 3020 + 3022 - 3002 + 3010 - 3000 = ?$

2. $840 \times 73 \div 210 + 2560 \times 73 \div 160 + 340 \times 17 \div 20$
 $+ 240 \times 17 \div 80 = ?$

3. $1.875 \div \frac{5}{24} + \frac{1}{16} \times 5 \div 0.125 - 24 \times 0.375 \div \frac{9}{11} = ?$

4. $\frac{64}{646464} \times \left(\frac{323232}{32} + \frac{878787}{87} \right) \times \frac{121212}{20202} - \frac{18}{181818}$
 $\times \frac{363636}{36} = ?$

9 名學生，
於 21 間學
9 名學生要

5. $12 \times \left[\left(1 + \frac{1}{3} \right) + \left(1 + \frac{1}{3} \right) \times \left(1 + \frac{1}{4} \right) + \left(1 + \frac{1}{3} \right) \times \left(1 + \frac{1}{4} \right) \times \left(1 + \frac{1}{5} \right) \right.$
 $\left. + \left(1 + \frac{1}{3} \right) \times \left(1 + \frac{1}{4} \right) \times \left(1 + \frac{1}{5} \right) \times \left(1 + \frac{1}{6} \right) \right] = ?$